

I PONTI IN MURATURA

La verifica di stabilità dell'arco di Navier-Méry

Effettuare il progetto di massima e le verifiche del ponte ad arco destinato al solo transito pedonale, da realizzare in conci di materiale lapideo, per il superamento di un canale di irrigazione con larghezza di 6,00 m in corrispondenza dei cigli laterali e che costituisce la luce del manufatto.

Sono noti i seguenti elementi:

- quota del piano stradale + 70,00 m;
- quota massima dell'acqua + 66,45 m;
- quota del fondo canale +64,30 m;
- larghezza della strada 3,00 m;
- resistenza del terreno $\sigma_{Ed,t} \approx 0,25$ MPa.

Il manufatto verrà realizzato con le seguenti caratteristiche:

- **pavimentazione stradale**: sarà costituita dalla massicciata in ghiaia e pietrisco rullati, sulla quale verrà steso il binder di collegamento formato da una miscela di pietrisco e bitume, e quindi sarà realizzato il tappeto di usura in calcestruzzo bituminoso ottenuto con bitume e inerti di piccola dimensione; lo spessore complessivo sarà di 25 cm, con un peso volumico $\gamma_s = 18,00$ kN/m³;
- **riempimento**: verrà realizzato con una miscela di terra e ghiaia a strati innaffiati e costipati, con uno spessore in chiave di 0,40 m e un peso volumico $\gamma_t = 16,00$ kN/m³;
- **rinfianco e cappa**: il rinfianco verrà eseguito in calcestruzzo cementizio dosato a 2,50 kN/m³ di impasto, con un peso volumico di 23 kN/m³, sul quale sarà realizzata la cappa di protezione con lo spessore di 10 cm, la cui superficie avrà la pendenza di circa il 15% a protezione del rinfianco, ottenuta con malta cementizia e superiore strato di asfalto;
- **muri andatori**: vengono previsti in calcestruzzo semplice con uno spessore da 20 cm alla sommità e variabile da 35 cm a 80 cm alla base;
- **arco**: per il materiale lapideo dei conci, di peso volumico $\gamma_c = 24$ kN/m³, verrà considerata la resistenza caratteristica a compressione $f_{bk} = 7,50$ N/mm² e la malta impiegata sarà del tipo M5; viene fissato il ribassamento di 1/5 con una freccia $f = 1,20$ m; considerando la luce $l = 8,00$ m, abbastanza modesta, l'arco viene progettato a spessore costante;
- **spalle**: sono previste in calcestruzzo semplice con altezza $H_- = 3,00$ m dal piano della risega di fondazione a quello di imposta all'intradosso dell'arco [fig. f].

I calcoli di verifica vengono sviluppati considerando 1,00 m di larghezza della volta.

Dimensionamento di massima

Spessore in chiave

Formula di Lesguiller:

$$s_c = 0,10 + 0,20 \cdot \sqrt{2 \cdot c} = 0,10 + 0,20 \times \sqrt{6,00} \approx 0,59 \text{ m}$$

Formula di Sejourné:

$$\begin{aligned} s_c &= (0,15 + 0,15 \cdot \sqrt{l}) \cdot \frac{4}{3} \times \left(1 - \frac{f}{l} + \frac{f^2}{l^2}\right) = \\ s_c &= (0,15 + 0,15 \cdot \sqrt{l}) \cdot \frac{4}{3} \times \left(1 - \frac{f}{l} + \frac{f^2}{l^2}\right) = \\ &= (0,15 + 0,15 \times \sqrt{6,00}) \times \frac{4}{3} \times \left(1 - \frac{1,20}{6,00} + \frac{1,20^2}{6,00^2}\right) \approx 0,58 \text{ m} \end{aligned}$$

Formula di Leveillé:

$$s_c = \frac{1 + 0,10 \times 2 \cdot c}{3} = \frac{1 + 0,10 \times 6,00}{3} \approx 0,53 \text{ m}$$

In base ai valori ottenuti viene fissato uno spessore costante della volta $s_c = 60 \text{ cm}$.

Raggio di intradosso [fig. a]:

$$r_i = \frac{c^2 + f^2}{2 \cdot f} = \frac{3,00^2 + 1,20^2}{2 \times 1,20} = 4,35 \text{ m}$$

per cui:

$$\alpha = \arctg \frac{c}{r - f} = \arctg \frac{3,00}{4,35 - 1,20} \approx 43^\circ, 60 < 60^\circ$$

Spalle - Formula di Lesguiller:

$$\begin{aligned}
S &= \left[\left(0,55 + 0,20 \cdot \frac{l}{2 \cdot f + s_c} + 0,04 \cdot H' \right) \cdot \sqrt{l} \right] + [0,0185 \cdot (H' + f + s_c)] \cdot \sqrt{h} = \\
&= \left[\left(0,55 + 0,20 \times \frac{6,00}{2 \times 1,20 + 0,60} + 0,04 \times 3,00 \right) \times \sqrt{6,00} \right] + \\
&+ [0,0185 \times (3,00 + 1,20 + 0,60)] \times \sqrt{0,75} \approx 2,70 \text{ m}
\end{aligned}$$

Formula di Leveillé:

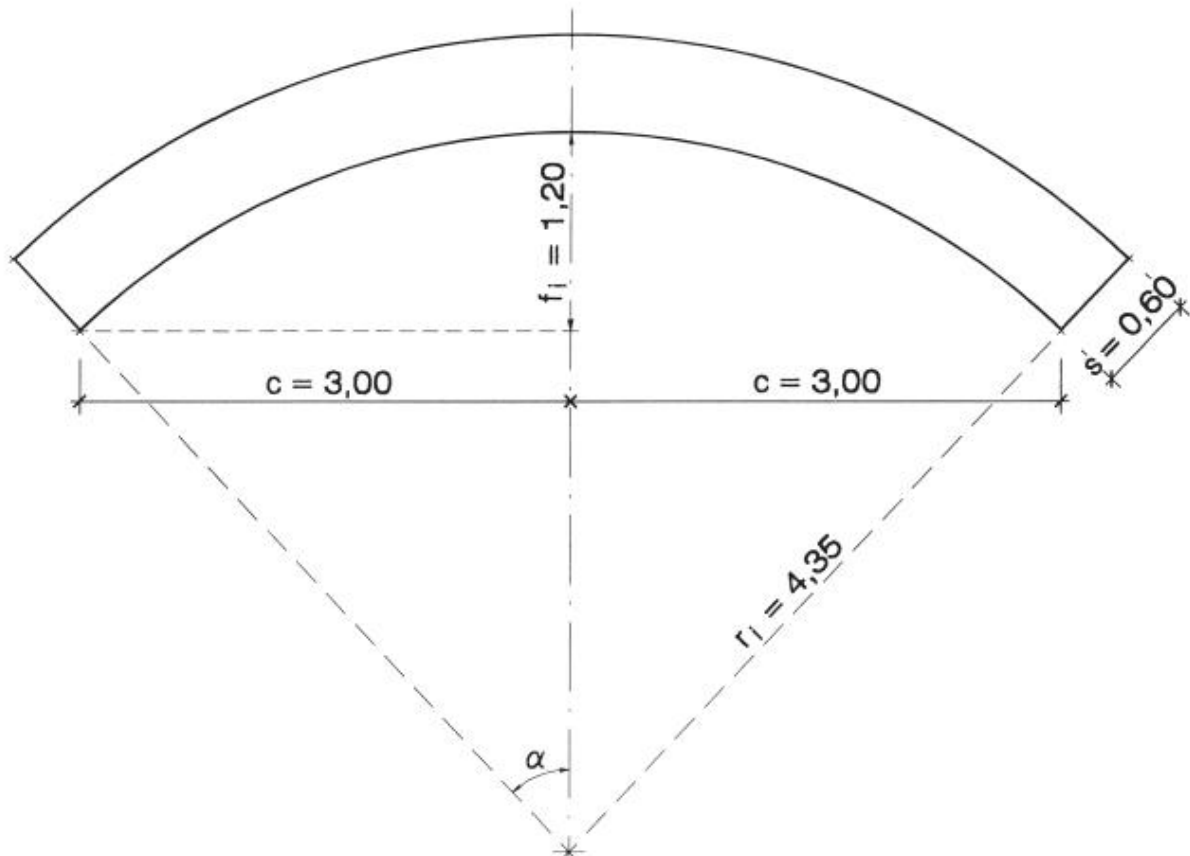
$$\begin{aligned}
S &= (0,33 + 0,212 \cdot l) \cdot \sqrt{\frac{H' \cdot l}{(f + s_c) \cdot (H' + s_c + h)}} = \\
&= (0,33 + 0,212 \times 6,00) \times \sqrt{\frac{3,00 \times 6,00}{(1,20 + 0,60) \times (3,00 + 0,60 + 0,75)}} \approx 2,43 \text{ m}
\end{aligned}$$

Formula del Genio Civile Italiano:

$$\begin{aligned}
S &= 0,05 \cdot H' + 0,20 \cdot l + \frac{l}{f} \cdot (0,10 + 0,005 \cdot l) = \\
&= 0,05 \times 3,00 + 0,20 \times 6,00 + \frac{6,00}{1,20} \times (0,10 + 0,005 \times 6,00) \approx 2,00 \text{ m}
\end{aligned}$$

In base ai valori ottenuti viene fissato un valore della spalla $S = 2,40 \text{ m}$.

Essendo il ponte simmetrico e simmetricamente caricato, viene considerata solo metà volta compresa fra le sezioni in chiave e all'imposta per la **larghezza di 1,00 m**.

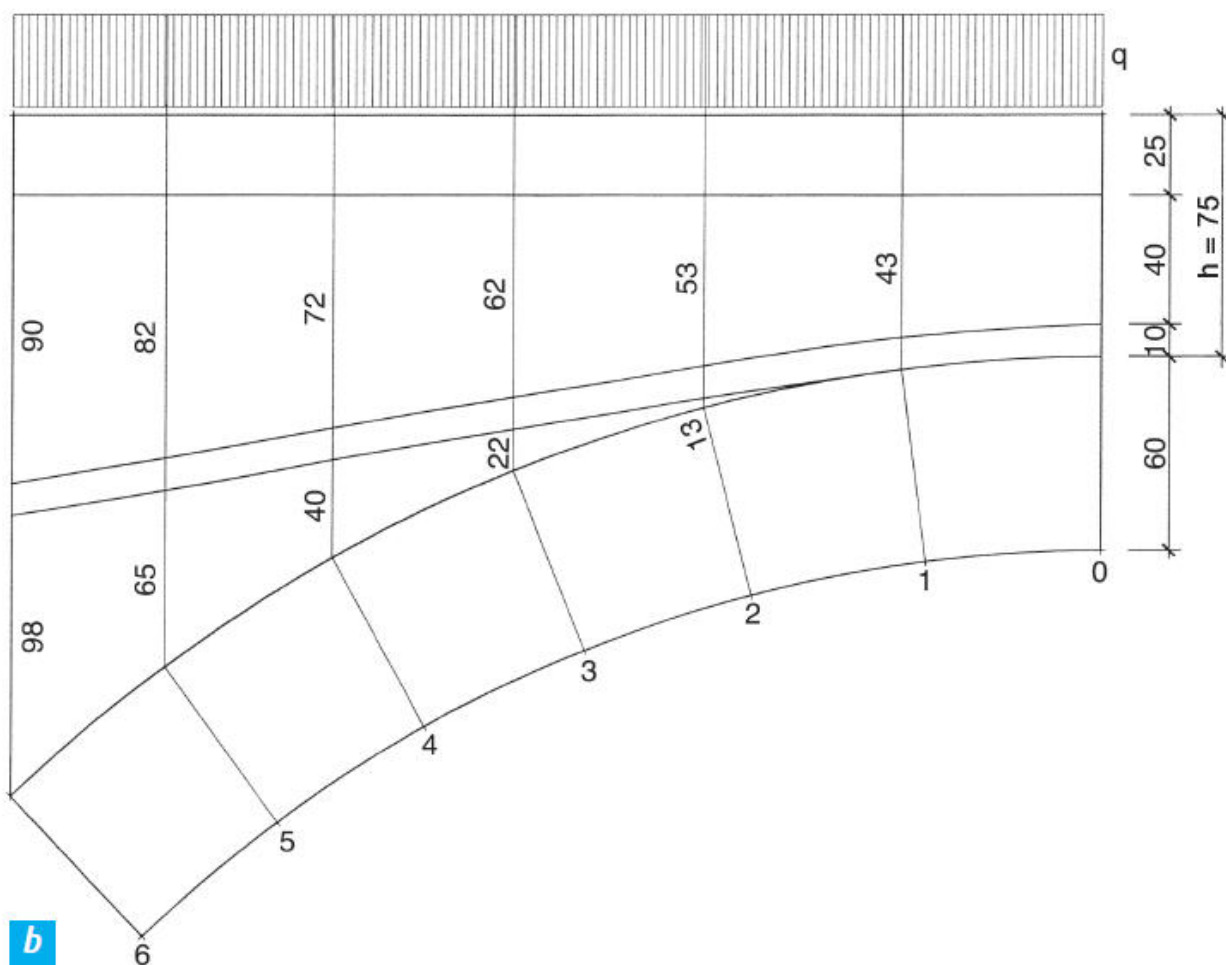


Dopo aver tracciato la metà volta con i relativi strati sovrastanti, la volta stessa viene suddivisa in conci ideali, in questo caso sei [fig. b], e dai punti di estradosso dei giunti si innalzano le verticali che delimitano i volumi dei vari strati, i quali sono costituiti di materiali diversi con pesi volumici differenti, e analogamente si ha per il carico variabile dovuto al traffico.

Per una semplificazione dei calcoli, le varie altezze reali h_r degli strati in corrispondenza dei giunti vengono trasformate in altezze ideali h_i riferite al peso volumico γ_c del materiale costituente la volta, per cui gli strati reali, compreso il carico variabile, vengono trasformati in altri ideali equipesanti, immaginando di realizzarli con lo stesso materiale della volta.

Indicando genericamente con γ il peso volumico del materiale di uno strato e con q il carico variabile, deve quindi sussistere l'uguaglianza:

$$h_i \cdot \gamma_c = h_r \cdot \gamma \quad \text{da cui:} \quad h_i = h_r \cdot \frac{\gamma}{\gamma_c} = h_r \cdot c$$



Analisi dei carichi

Permanente strutturale [figg. a e b]

Ogni concio ideale viene assimilato a un prisma con altezza di **1,00** m a basi trapezoidali di altezza uguale allo spessore s_c della volta e basi curve assimilabili a trapezi di lunghezza uguale a **1/6** degli sviluppi di intradosso S_{vi} e di estradosso S_{ve} che risultano:

$$S_{v_i} = \frac{\pi \cdot r_i \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 4,35 \times 43^\circ,60}{180^\circ} \approx 3,31 \text{ m}$$

$$S_{v_e} = \frac{\pi \cdot (r_i + s_c) \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot (4,35 + 60) \times 43^\circ,60}{180^\circ} \approx 3,77 \text{ m}$$

Il peso di ogni concio, applicando il coefficiente parziale di sicurezza $\gamma_{G1} = 1,35$, risulta:

$$G^c = \left(\frac{1}{6} \times \frac{3,31 + 3,77}{2} \times 0,60 \times 1,00 \right) \text{ m}^3 \times 24 \text{ kN/m}^3 \times 1,35 \approx 11,48 \text{ kN}$$

e il vettore che lo rappresenta viene applicato nel baricentro di ogni concio [fig. c].

Permanente non strutturale

In tabella 1 sono riportate le diverse altezze reali h_r , misurate sul grafico [fig. b], e le relative altezze ideali h_i .

Le diverse strisce sono prismi con altezza orizzontale di 1,00 m e basi assimilabili a trapezi con basi corrispondenti alle altezze ideali $h_{i,p}$.

Tabella 1

Giunto	Rinfianco e cappa		Riempimento		Pavimentazione e massciata		$h_{i,p} = \sum h_i$
	$c = \frac{23,00}{24,00} \approx 0,96$		$c = \frac{16,00}{24,00} \approx 0,67$		$c = \frac{18,00}{24,00} \approx 0,75$		
	h_r	h_i	h_r	h_i	h_r	h_i	
0	0,10	0,096	0,40	0,268	0,25	0,188	0,552
1	0,10	0,096	0,43	0,288	0,25	0,188	0,572
2	0,13	0,125	0,53	0,355	0,25	0,188	0,668
3	0,22	0,211	0,62	0,415	0,25	0,188	0,814
4	0,40	0,384	0,72	0,482	0,25	0,188	1,054
5	0,65	0,624	0,82	0,550	0,25	0,188	1,362
6	0,98	0,941	0,90	0,603	0,25	0,188	1,732

Il calcolo dei pesi delle varie strisce, applicando il coefficiente parziale di sicurezza $\gamma_M = 1,50$, è riportato in tabella 2.

Carico variabile per traffico

Viene considerato lo schema di carico 5 con intensità $q = 5 \text{ kN/m}^2$ gravante sulla superficie pedonabile per la larghezza di 1,00 m, corrispondente all'altezza ideale:

$$h_{i,var} = \frac{q}{\gamma_c} = \frac{5,00}{24,00} \approx 0,208 \text{ m}$$

I pesi del sovraccarico, omogeneizzato al materiale della volta, relativi a ogni striscia, applicando il coefficiente di sicurezza $\gamma_Q = 1,35$, sono riportati in **tabella 3**.

Le altezze ideali totali $h_{i,tot} = h_{i,p} + h_{i,var}$ di **tabella 4** vengono riportate sulle corrispondenti verticali a partire dall'estradosso della volta [fig. c] e la spezzata congiungente le loro estremità definisce il diagramma del carico omogeneizzato che grava sulla volta.

I pesi dei conci e delle relative strisce sovrastanti sono riportati in **tabella 5**.

Tabella 2

Striscia	Volume (m ³) [a]	Peso volumico $\times \gamma_M$ (kN/m ³) [b]	Peso (kN) [a · b]
G_1^s	$\frac{0,552 + 0,572}{2} \times 0,63 \times 1,00 \approx 0,354$	$24,00 \times 1,5$	12,74
G_2^s	$\frac{0,572 + 0,668}{2} \times 0,61 \times 1,00 \approx 0,378$	$24,00 \times 1,5$	13,61
G_3^s	$\frac{0,668 + 0,814}{2} \times 0,60 \times 1,00 \approx 0,445$	$24,00 \times 1,5$	16,02
G_4^s	$\frac{0,814 + 1,054}{2} \times 0,55 \times 1,00 \approx 0,514$	$24,00 \times 1,5$	18,50
G_5^s	$\frac{1,054 + 1,362}{2} \times 0,54 \times 1,00 \approx 0,652$	$24,00 \times 1,5$	23,47
G_6^s	$\frac{1,362 + 1,732}{2} \times 0,48 \times 1,00 \approx 0,743$	$24,00 \times 1,5$	26,75

Tabella 3

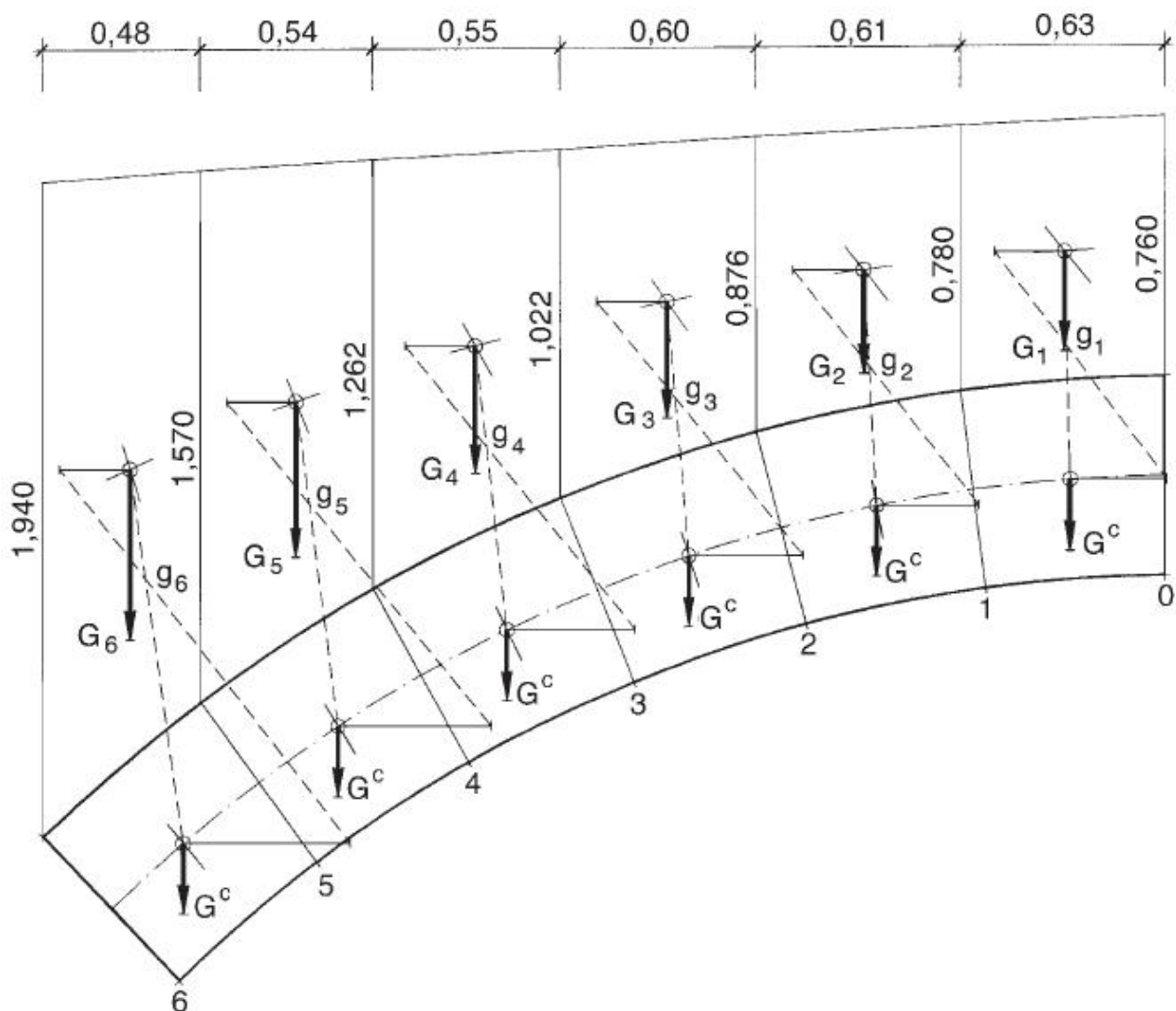
Striscia	Volume (m ³) [a]	Peso volumico $\times \gamma_Q$ (kN/m ³) [b]	Peso (kN) [a · b]
Q_1	$0,208 \times 0,63 \times 1,00 \approx 0,131$	$24,00 \times 1,35$	4,24
Q_2	$0,208 \times 0,61 \times 1,00 \approx 0,127$	$24,00 \times 1,35$	4,12
Q_3	$0,208 \times 0,60 \times 1,00 \approx 0,125$	$24,00 \times 1,35$	4,05
Q_4	$0,208 \times 0,55 \times 1,00 \approx 0,114$	$24,00 \times 1,35$	3,69
Q_5	$0,208 \times 0,54 \times 1,00 \approx 0,112$	$24,00 \times 1,35$	3,63
Q_6	$0,208 \times 0,48 \times 1,00 \approx 0,101$	$24,00 \times 1,35$	3,23

Tabella 4

Giunto	$h_{i,p}$ (m)	$h_{i,var}$ (m)	$h_{i,tot}$ (m)
0	0,552	0,208	0,760
1	0,572	0,208	0,780
2	0,668	0,208	0,876
3	0,814	0,208	1,022
4	1,054	0,208	1,262
5	1,362	0,208	1,570
6	1,732	0,208	1,940

Tabella 5

Permanente non strutturale (kN) [a]	Variabile da traffico (kN) [b]	$G_i = G^s + Q_k$ (kN) [c = a + b]	Permanente strutturale (kN) [d]	Pesi parziali (kN) [c + d]
$G_1^s = 12,74$	$Q_1 = 4,24$	$G_1 = 16,98$	$G^c = 11,48$	$P_1 = 28,46$
$G_2^s = 13,61$	$Q_2 = 4,12$	$G_2 = 17,73$	$G^c = 11,48$	$P_2 = 29,21$
$G_3^s = 16,02$	$Q_3 = 4,05$	$G_3 = 20,07$	$G^c = 11,48$	$P_3 = 31,55$
$G_4^s = 18,50$	$Q_4 = 3,69$	$G_4 = 22,17$	$G^c = 11,48$	$P_4 = 33,65$
$G_5^s = 23,47$	$Q_5 = 3,63$	$G_5 = 27,10$	$G^c = 11,48$	$P_5 = 38,58$
$G_6^s = 26,75$	$Q_6 = 3,23$	$G_6 = 29,98$	$G^c = 11,48$	$P_6 = 41,46$
		$\Sigma G_i = 134,03$		$N_d = \Sigma P = 202,91$



Calcolo delle spinte in chiave H e all'imposta S

I vettori che rappresentano i pesi G_i delle strisce e G_c dei conci vengono applicati nei relativi baricentri [fig. c] e quindi graficamente vengono determinati i baricentri g di ogni figura formata dal concio e striscia sovrastante, per i quali passa la linea di azione dei relativi pesi P , con le intensità riportate in **tabella 5**.

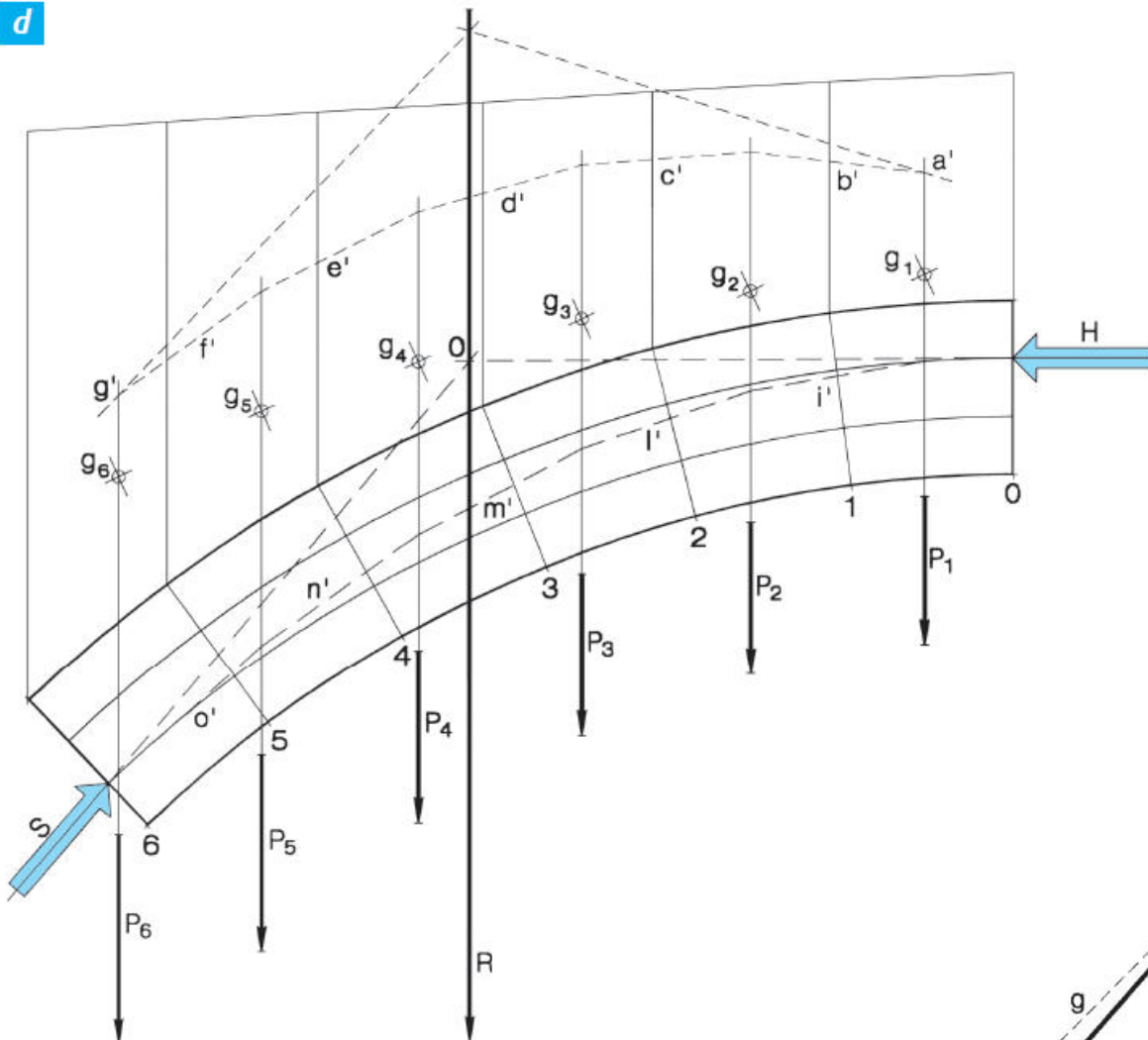
Con il poligono funicolare $a_-, b_-, c_-, \dots, g_-$ ottenuto proiettando i vettori che rappresentano i pesi P dal polo $C1$ [fig. e] si ottiene la posizione della risultante totale $R = \Sigma P$ dei pesi del semiarco considerato [fig. d].

La risultante R dei pesi si scarica in parte sull'altro semiarco attraverso la sezione in chiave tramite la spinta H , la cui linea di azione, essendo l'arco simmetrico e simmetricamente caricato, è perpendicolare alla sezione in chiave e passa per l'estremo superiore del nocciolo, e in parte sulla spalla attraverso la sezione di imposta tramite la spinta S , con linea di azione passante per l'estremo inferiore del nocciolo di tale sezione e, per l'equilibrio, per il punto O di intersezione della H con la R .

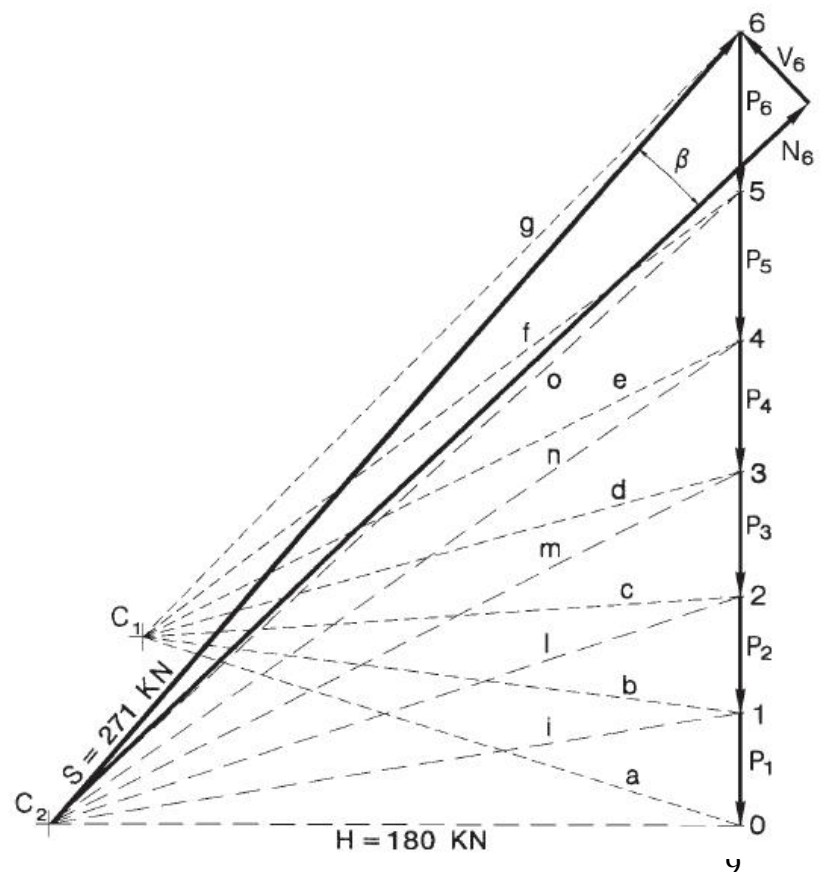
Le intensità delle due spinte H ed S vengono determinate scomponendo la retta delle forze, con intensità uguale alla R , secondo due componenti parallele alle rette di azione della H e della S che, lette sul grafico nella scala forze assunta, presentano i valori:

$$H \approx 180 \text{ kN} \quad S \approx 271 \text{ kN}$$

d



e



La curva delle pressioni

Si deve ora verificare che anche lungo tutto lo sviluppo dell'arco non si abbiano sforzi di trazione, e ciò viene controllato completando il procedimento del Mèry per cui, assumendo il punto $C2$ di intersezione della H con la S nel poligono di equilibrio come nuovo polo di proiezione, si proietta la retta delle forze e si traccia un secondo poligono funicolare [figg. d ed e] che rappresenta la poligonale delle pressioni in quanto i suoi lati sono paralleli ai raggi proiettanti, ognuno dei quali è la risultante di tutte le forze precedenti.

Affinché la verifica risulti positiva è necessario che la poligonale delle pressioni, come si verifica in questo Esercizio, sia tutta contenuta entro il terzo medio dell'arco, assicurando così che tutte le sezioni siano soggette unicamente a tensioni di compressione.

Verifica delle tensioni nella volta

L'analisi statica dell'arco viene completata controllando ancora che le resistenze di calcolo a compressione e a scorrimento presentino in ogni sezione un valore inferiore a quello della resistenza di progetto; se l'arco presenta uno spessore variabile, tali verifiche sono necessarie per le sezioni in chiave, all'imposta e in altre intermedie, mentre se lo spessore è costante, ci si può limitare alle due sezioni di estremità.

Per queste verifiche la spinta S , inclinata rispetto al piano della sezione, viene scomposta nelle due componenti N_6 e V_6 rispettivamente perpendicolare e parallela al piano della sezione di imposta, le cui intensità graficamente risultano:

$$N_6 \approx 270 \text{ kN} \quad V_6 \approx 22 \text{ kN}$$

Ponendo che vengano utilizzati per la costruzione della volta elementi resistenti di categoria II, con classe di esecuzione 2, il coefficiente parziale di sicurezza è $\gamma_M = 3$. In base alle caratteristiche del materiale impiegato si ha:

- resistenza di progetto a compressione (vedi tabella 5 a pag. 505 del Volume 4):

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_M} = \frac{4,10}{3} \approx 1,37 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_n = \frac{N_6}{A} = \frac{270 \times 10^3}{1000 \times 600} = 0,45 \text{ N/mm}^2 \quad f_{vk0} = 0,10 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{vd} = f_{vk0} + 0,4 \cdot \sigma_n = 0,10 + 0,4 \times 0,45 = 0,28 \text{ N/mm}^2$$

Sezione in chiave

La spinta H , perpendicolare al piano della sezione, è applicata all'estremo del terzo medio della sezione stessa che è quindi soggetta a sola compressione; si ha quindi:

- eccentricità strutturale:

$$e_{s1} = 0 \quad e_{s2} = 10 \text{ cm} \quad \text{per cui: } e_s = e_{s1} + e_{s2} = 10 \text{ cm}$$

- eccentricità per tolleranze di esecuzione: $e_a = \frac{300}{200} = 1,50 \text{ cm}$

- eccentricità dovuta al vento: $e_v = 0$ in quanto l'azione del vento si considera trascurabile;

- eccentricità convenzionale: $e = |e_s| + e_a = 10 + 1,50 = 11,50 \text{ cm}$

- coefficiente di eccentricità: $m = \frac{6 \cdot e}{t} = \frac{6 \times 11,50}{60} = 1,15$

- coefficiente di riduzione: dalla tabella 9 a pag. 518 del Volume 4,

$$\text{per } \frac{h_0}{t} = \frac{300}{60} = 5 \quad \text{si ricava } \Phi = 0,502.$$

Lo sforzo di compressione massimo che può sopportare la sezione risulta:

$$N_{Rd} = \Phi \cdot f_d \cdot A = 0,502 \times 1,37 \times 1000 \times 600 = 412,644 \times 10^3 \text{ N} = 412,644 \text{ kN} > H$$

Sezione di imposta

La sezione è soggetta a compressione dalla componente N_6 applicata all'estremo del terzo medio, con una resistenza di progetto:

$$N_{Rd} = 412,644 \text{ kN} > N_6 = 270 \text{ kN}.$$

La componente V_6 produce scorrimento; lo sforzo di scorrimento resistente è:

$$V_{Rd} = \beta \cdot A \cdot f_{vd} = 1 \times 1000 \times 600 \times 0,28 = 168 \times 10^3 \text{ N} = 168 \text{ kN} > V_6$$

Verifiche di stabilità della spalla [fig. f]

Analisi dei carichi

Si procede alla trasformazione delle altezze reali in altezze ideali; le due somme delle altezze ideali parziali vengono riportate sulle verticali per A e B a partire da tali punti.

Carico per traffico:

$$h^s = \frac{q}{\gamma_c} = \frac{5,00}{24,00} \approx 0,208 \text{ m}$$

Massicciata: $h^m = c \cdot 0,25 = 0,75 \times 0,25 \approx 0,188 \text{ m}$

Riempimento: $h_A^r = c \cdot 1,25 = 0,67 \times 1,25 \approx 0,838 \text{ m}$

$$h_B^r = c \cdot 0,90 = 0,67 \times 0,90 \approx 0,603 \text{ m}$$

Cappa: $h^c = c \cdot 0,10 = 0,96 \times 0,10 = 0,096 \text{ m}$

$$h_A = 0,208 + 0,188 + 0,838 + 0,096 = 1,330 \text{ m}$$

Altezze ideali totali:

$$h_B = 0,208 + 0,188 + 0,603 + 0,096 = 1,095 \text{ m}$$

Con procedimento analogo a quanto è stato fatto per la volta, viene calcolato, in funzione delle altezze ideali h_A e h_B , il peso della striscia, comprensiva del carico per traffico, soprastante la spalla, applicando il vettore che lo rappresenta nel suo baricentro. Si calcola ora il peso della spalla in calcestruzzo, che viene scomposta in due trapezi per la profondità di 1,00 m:

$$G_1 = \left(\frac{3,43 + 3,00}{2} \times 0,40 \times 1,00 \right) \text{ m}^3 \times 24 \text{ kN/m}^3 \approx 30,86 \text{ kN}$$

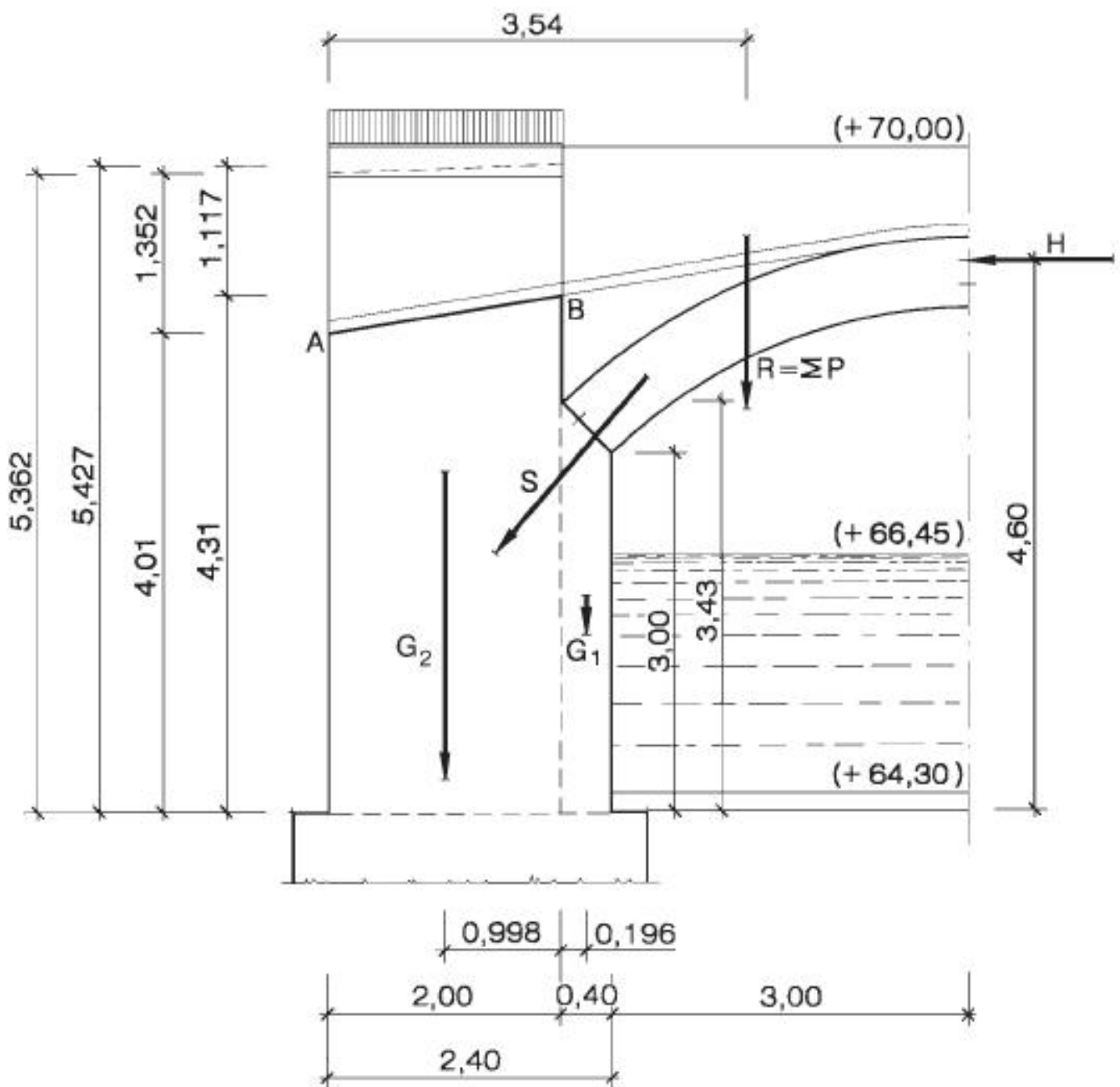
$$G_2 = \left(\frac{5,427 + 5,362}{2} \times 2,00 \times 1,00 \right) \text{ m}^3 \times 24 \text{ kN/m}^3 \approx 258,94 \text{ kN}$$

I vettori che rappresentano tali pesi vengono applicati nei baricentri dei corrispondenti trapezi che distano dalle relative basi maggiori delle quantità:

$$d_1 = \frac{0,40 \times (3,43 + 2 \times 3,00)}{3 \times (3,43 + 3,00)} \approx 0,196 \text{ m}$$

$$d_2 = \frac{2,00 \times (5,427 + 2 \times 5,362)}{3 \times (5,427 + 5,362)} \approx 0,998 \text{ m}$$

A tutti i carichi vengono applicati i coefficienti parziali di sicurezza.



A tutti i carichi vengono applicati i coefficienti parziali di sicurezza.

Le verifiche della spalla a ribaltamento, a schiacciamento e a scorrimento sono analoghe a quelle già studiate per i muri di sostegno, per cui vengono qui tralasciate, e devono essere effettuate sia a livello del piano di imposta della spalla sulla fondazione, sia a livello del piano di appoggio di quest'ultima sul terreno.

Le verifiche della spalla devono essere svolte per le condizioni di carico limite, per cui si devono considerare situazioni di carico diverse, e precisamente:

- spinta S dell'arco, considerata tramite le sue componenti R e H , e spinta idrostatica S_i dovuta all'acqua al livello massimo;
- spinta S_t del terrapieno con relativo sovraccarico e pesi G_1 e G_2 ;
- spinta S dell'arco e spinta S_t del terrapieno e relativo sovraccarico con i pesi G_1 e G_2 .