

## 9.2.2 Verifica di stabilità delle opere di sostegno rigide

## Verifica di stabilità globale

Per effetto di molteplici cause e principalmente:

- il terreno costituente il terrapieno si presenta incoerente e giace su strati inferiori coerenti;
- il sovraccarico gravante sul terrapieno è molto elevato, con tensioni trasmesse sul terreno molto prossime a quelle limite, e si estende su un'ampia superficie, superiore a quella definita dal prisma di massima spinta;
- la coesione del terreno può variare da strato a strato;
- la percentuale di acqua contenuta nel terreno può variare notevolmente;
- il sovraccarico sul terrapieno può variare di intensità nel tempo e può assumere valori dinamici, come nel caso di rilevati stradali;

il terrapieno può essere soggetto a uno scorrimento in profondità lungo una superficie cilindrica tangente alla base del muro, trascinando in tale slittamento anche il muro [fig. a], per cui si genera un movimento di rotazione e traslazione del complesso muro-terra, quest'ultima per un'estensione che comprende il prisma di massima spinta.

Nei confronti di questo fenomeno la normativa prevede una verifica specifica di "stabilità del terreno nel quale è inserito il muro", definita **verifica di stabilità globale**.

Considerando i numerosi fattori che possono influenzare questo fenomeno di slittamento e la loro notevole variabilità, la determinazione della superficie di scorrimento, detta **superficie critica**, può essere effettuata solo in via approssimata e le numerose esperienze pratiche e teoriche hanno dimostrato che si può assumere cilindrica; la traccia sul piano di tale superficie è quindi un cerchio tangente alla base del muro, detto **cerchio critico o di slittamento**. Quest'ultimo può essere definito con una certa approssimazione sulla base di ipotesi semplificative e per successivi tentativi con procedimenti diversi, tutti però basati sul criterio di verifica di stabilità dei pendii.

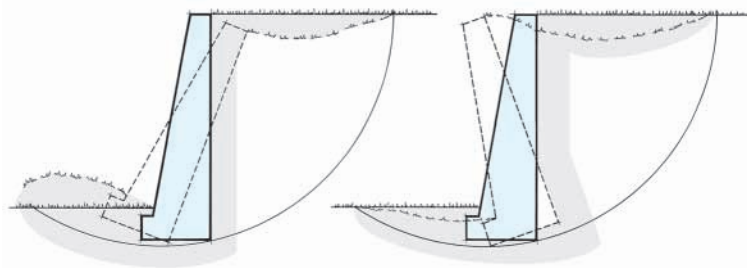


Fig. a

## Primo procedimento

Dapprima la retta  $BM$  di natural declivio, formante con l'orizzontale l'angolo di attrito  $\varphi$  del terreno, si assume come corda del cerchio di slittamento, il cui centro  $O$  si ottiene come intersezione fra l'asse del segmento  $BM$  e la verticale passante per il baricentro  $G$  della sezione del muro [fig. b1].

Successivamente si assume come corda la retta  $BX$  che delimita il prisma di massima spinta e forma con il paramento in-

terno verticale del muro l'angolo  $\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$ ; il centro  $O$  del cerchio critico è situato sull'asse della corda  $BX$ , poco sopra la sommità del muro [fig. b2]. Come si può osservare, mentre con il primo cerchio vengono presi in considerazione gli strati profondi a monte del muro, con il secondo si considerano invece quelli a valle del muro, e pertanto rappresentano due situazioni limite; per la verifica di stabilità globale si prende in esame quella fra le due situazioni che presenta la condizione di sicurezza minore.

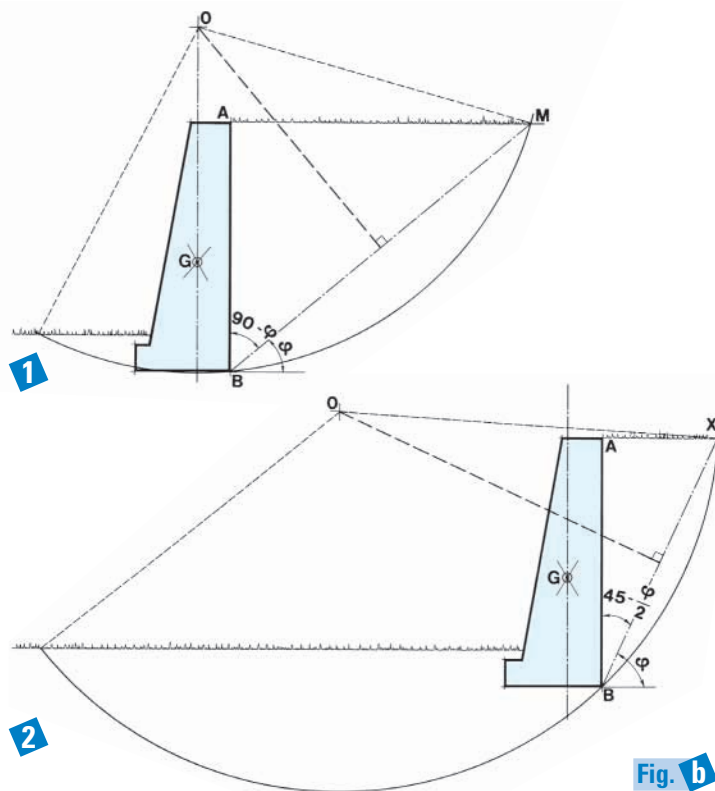


Fig. b

## Secondo procedimento

Consente una migliore approssimazione, in quanto la superficie di scorrimento si considera costituita da due superfici cilindriche che si congiungono in corrispondenza della verticale baricentrica della sezione del muro. I centri della curva critica di slittamento vengono definiti con una costruzione grafica simile a quella eseguita per la stabilità dei pendii e solo adattata al caso specifico del complesso terra-muro, essendo noti la posizione dello strato coerente e la sua inclinazione, imponendo inoltre che i due cerchi abbiano come punto di tangenza  $C$  comune quello definito dall'intersezione della tangente alla curva con la verticale passante per il baricentro  $G$  della sezione del muro, che conterrà quindi i centri dei due cerchi. Prendendo in esame il muro riportato in figura c, la costruzione grafica viene effettuata con il seguente procedimento:

1. da un punto qualsiasi  $A$  a valle del muro viene tracciata una retta formante con l'orizzontale l'angolo  $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ , essendo  $\varphi$

l'angolo di attrito del terreno, e si prolunga fino a intersecare in  $B$  l'asse baricentrico verticale del muro, sul quale viene fissato un punto  $C$ , poco al di sotto della base del muro;

2. si traccia la bisettrice  $b'$  dell'angolo  $CBA$  e quindi, per il punto  $C$ , la perpendicolare a  $b'$ , secante la fondazione, sino a intersecare in  $D$  il profilo del terreno a valle;

3. per il punto  $D$  si traccia la parallela ad  $AB$  fino a intersecare l'asse baricentrico del muro nel punto  $O_1$ , che rappresenta il centro di curvatura del cerchio critico a valle con raggio  $R_1$ , che viene così tracciato tangente allo spigolo della fondazione e passa per il punto  $C$ ;

4. analogamente per l'altra parte della curva, da un punto  $E$  qualsiasi del profilo superiore del terreno a monte si traccia la retta  $EF$  formante con detto profilo l'angolo  $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ , che interseca in  $F$  la verticale baricentrica del muro;

5. si traccia per il punto  $C$  la perpendicolare alla bisettrice  $b''$  dell'angolo  $EFC$  che interseca il profilo superiore del terreno nel punto  $H$ ;

6. per il punto  $H$  si traccia la parallela a  $EF$  fino a intersecare la verticale baricentrica del muro in  $O_2$ , che rappresenta il centro di curvatura del cerchio critico a monte, con raggio  $R_2$  passante per il punto  $C$ .

Tracciata la curva critica di scorrimento, il complesso terramuro può tendere a scorrere con un movimento di rotazione lungo una superficie di scorrimento e intorno agli assi che hanno come traccia sul piano i due centri di curvatura  $O_1$  e  $O_2$ .

### 9.2.2 Verifica di stabilità delle opere di sostegno rigide

Questo movimento di rotazione è generato dal **momento di scorrimento**  $M_S$ , calcolato rispetto al centro  $O_2$ , dovuto al masso di terra a monte del muro (comprendente l'eventuale sovraccarico trasformato in terra), e delimitato dal cerchio critico  $\widehat{HC}$  e dalla superficie superiore del terrapieno, con peso  $P_i^*$  applicato nel relativo baricentro  $G_i$ ; con le indicazioni di **figura c** si ha quindi:

$$M_S = P_i^* \cdot d_i$$

A tale rotazione deve opporsi un **momento resistente**  $M_R$ , calcolato sempre rispetto al centro  $O_2$ , dovuto alla forza di coesione  $c$  e alle forze di attrito  $\Delta T$  che si sviluppano lungo la superficie cilindrica di scorrimento  $\widehat{HC}$  e con linee di azione tangenti a essa; le intensità delle forze  $\Delta T$  si ottengono scomponendo la reazione del terreno  $-\Delta P_i$ , uguale e contraria al peso  $\Delta P_i$  di un elemento generico del sovrastante terrapieno, secondo le due componenti tangente  $\Delta T$  alla curva e perpendicolare  $\Delta N$ . In favore della stabilità globale si trascurano il peso  $P_i'$  del terreno situato a valle del muro e le forze di attrito che si sviluppano lungo l'arco  $\widehat{CD}$  sempre a valle del manufatto. Sempre con le notazioni di **figura c**, il momento resistente è quindi dato da:

$$M_R = c \cdot l \cdot R_2 + \sum \Delta T \cdot R_2 \quad [1]$$

essendo  $c$  la forza unitaria di coesione ed  $l$  la lunghezza dell'arco  $\widehat{HC}$ ; inoltre si ha:

$$\Delta T = \Delta N \cdot \operatorname{tg} \varphi = f \cdot \Delta N$$

dove  $f$  rappresenta, com'è noto, il coefficiente di attrito del terreno.

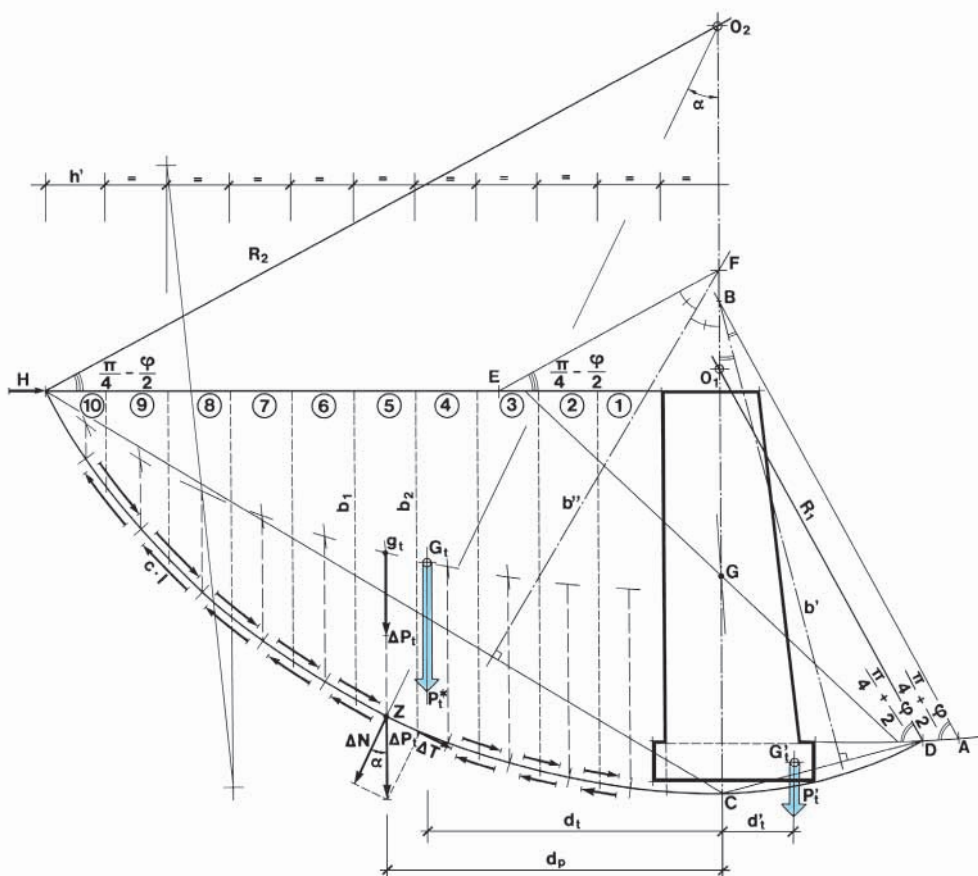


Fig. c

Sostituendo nella [1] si ottiene:

$$M_R = c \cdot l \cdot R_2 + \Sigma (f \cdot \Delta N) \cdot R_2 \quad [2]$$

Per la verifica di stabilità globale la normativa impone un coefficiente di sicurezza maggiore o uguale a 1,3, ossia deve risultare:

$$\frac{M_R}{M_S} \geq 1,3$$

e sostituendo le [1] e [2]:

$$\frac{c \cdot l \cdot R_2 + \Sigma (f \cdot \Delta N) \cdot R_2}{P_i^* \cdot d_i} \geq 1,3 \quad [3]$$

Praticamente il calcolo di verifica può essere sviluppato con il seguente procedimento:

1. l'eventuale sovraccarico  $q$  viene trasformato in una maggiore altezza  $h_1$  di terra;
2. la parte di terrapieno a monte del muro, inferiormente delimitata dal cerchio critico e con una profondità di 1,00 m, viene suddivisa in un certo numero di strisce, assimilabili a trapezi, in modo tale da consentire una accettabile approssimazione (10 strisce con altezza  $h'$  in figura c);
3. indicando con  $b_m$  la media delle basi di ogni trapezio, il peso di una striscia generica risulta:

$$\Delta P_i = b_m \cdot h' \cdot 1,00 \cdot \gamma_i$$

4. il vettore con intensità  $\Delta P_i$  si considera applicato nel baricentro  $g_i$  della striscia considerata e la sua linea di azione interseca il cerchio critico nel punto  $Z$ , in corrispondenza del quale viene scomposto secondo due componenti, una tangente al cerchio:

$$\Delta T = \Delta P_i \cdot \sin \alpha$$

e la seconda perpendicolare alla tangente:

$$\Delta N = \Delta P_i \cdot \cos \alpha$$

dove  $\alpha$  rappresenta l'angolo formato con la verticale baricentrica del muro dalla congiungente  $O_2Z = R_2$ .

Applicando ora il teorema di Varignon, rispetto al punto  $O_2$ , al sistema di forze  $\Delta T$ ,  $\Delta N$  e  $\Delta P_i$  si ha:

$$\Delta N \cdot 0 + \Delta T \cdot R_2 = \Delta P_i \cdot d_p$$

ossia:

$$\Delta M_s = \Delta T \cdot R_2 = \Delta P_i \cdot d_p$$

che rappresenta la quota del momento di scorrimento dovuta alla striscia generica considerata; la somma delle quote  $\Delta M_s$  dovute a tutte le strisce rappresenta il momento di scorrimento

### 9.2.2 Verifica di stabilità delle opere di sostegno rigide

totale, ossia:

$$M_s = \Sigma \Delta M_s = \Sigma \Delta T \cdot R_2 = \Sigma (\Delta P_i \cdot d_p)$$

Inoltre, sempre per il teorema di Varignon applicato rispetto al punto  $O_2$ , si ha:

$$\Sigma (\Delta P_i \cdot d_p) = P_i^* \cdot d_i$$

per cui si ottiene:

$$M_s = \Sigma \Delta T \cdot R_2 = P_i^* \cdot d_i$$

Sostituendo nella [3] e semplificando si ottiene:

$$\frac{c \cdot l + \Sigma (f \cdot \Delta N)}{\Sigma \Delta T} \geq 1,3 \quad [4]$$

che rappresenta la relazione per la verifica globale del complesso terra-muro, dove:

$c$  = coefficiente di coesione della terra

$l$  = lunghezza dell'arco  $\widehat{HC}$

$f$  = coefficiente di attrito della terra

$\Delta T = \Delta P_i \cdot \sin \alpha$  = tangente al cerchio critico

$\Delta N = \Delta P_i \cdot \cos \alpha$  = perpendicolare alla tangente in  $Z$ .

Se la verifica di stabilità globale non risulta soddisfatta, un provvedimento di facile realizzazione ma di notevole efficacia è quello di realizzare nella fondazione un dente di irrigidimento a monte [fig. d] rivolto verso il basso che, oltre ad avere la funzione di allontanare dalla base del muro le acque di falda e di contrastare la traslazione sul piano di posa del manufatto sul terreno, permette di approfondire la superficie critica che risulta così tangente allo spigolo inferiore del dente, per cui nella [4] risulta aumentato maggiormente il numeratore rispetto al denominatore.

Il procedimento di verifica con il MSL si svolge applicando alle azioni il coefficiente parziale  $A_2$  della tabella 4 del paragrafo 8.1.2, ai parametri geotecnici del terreno il coefficiente  $M_2$  della tabella 5, del paragrafo 8.1.2, e il coefficiente  $\gamma_R (R_2) = 1,0$  per la verifica di sicurezza che viene applicato alla componente  $\Delta T$ .

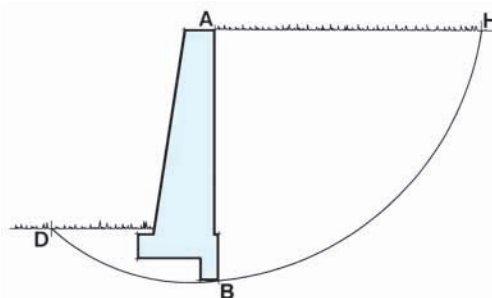


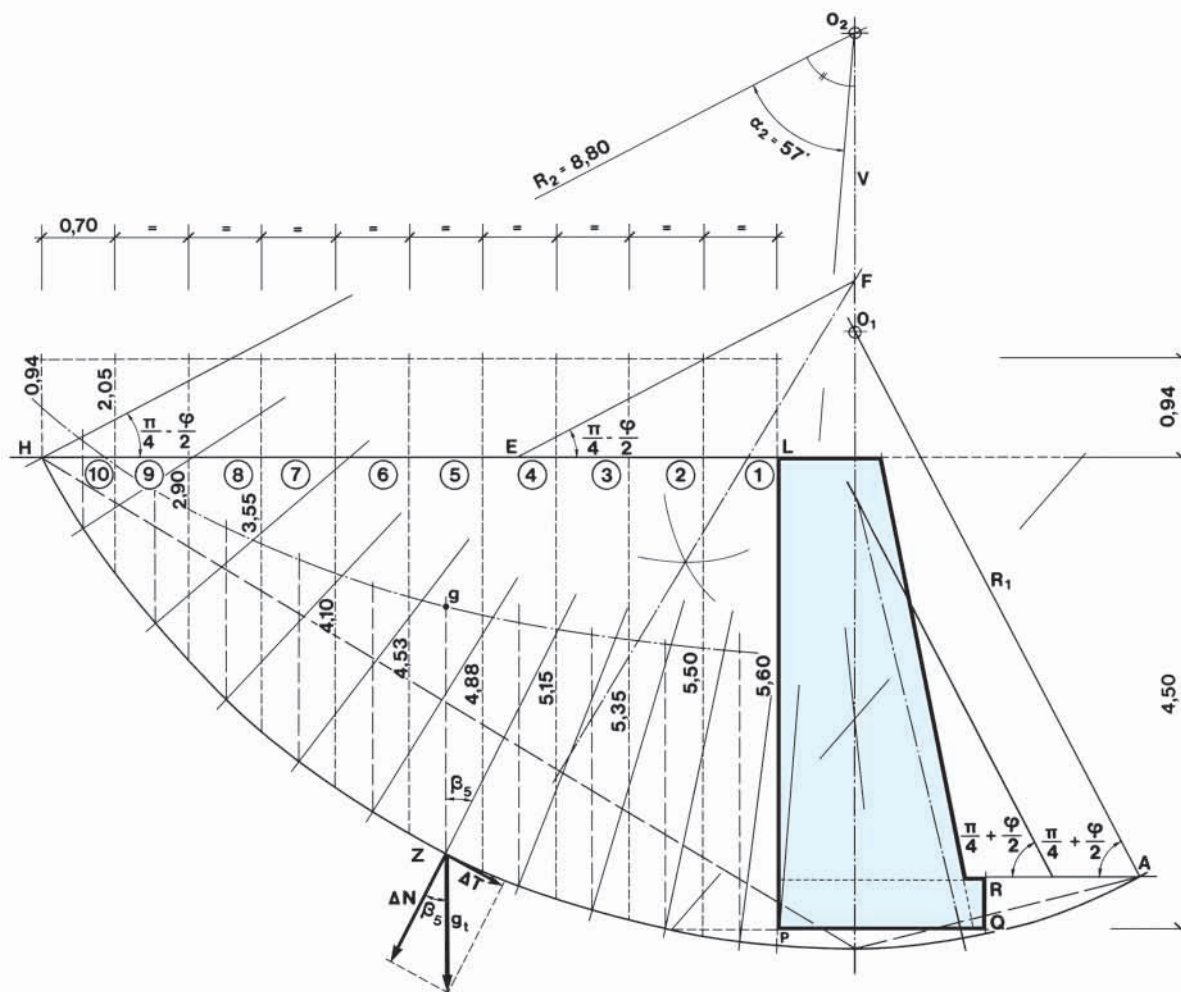
Fig. d

## 9.2.2 Verifica di stabilità delle opere di sostegno rigide

## ESERCIZIO SVOLTO

Per il muro di sostegno riportato in **figura** eseguire la verifica di stabilità globale dell'insieme terra-muro, essendo noti i seguenti elementi:

- peso volumico del terreno:  $\gamma_t = 16,00 \text{ kN/m}^3$
- angolo di attrito del terreno:  $\varphi = 35^\circ$
- sovraccarico sul terrapieno:  $q = 15,00 \text{ kN/m}^2$
- altezza del muro (compresa la fondazione):  $h = 4,50 \text{ m}$
- coesione:  $c = 1,2 \text{ kN/m}^2$



La verifica verrà effettuata per semplicità con il MTA non dovendo così considerare i coefficienti parziali, come descritto nel paragrafo 9.2.2. Tracciati il muro e il retrostante terrapieno, vengono calcolati gli elementi numerici necessari per la verifica e precisamente:

$$h_1 = \frac{q}{\gamma_t} = \frac{15,00}{16,00} \approx 0,94 \text{ m}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = 45^\circ + \frac{35^\circ}{2} = 62^\circ,50$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} = 45^\circ - \frac{35^\circ}{2} = 27^\circ,50$$

Con il procedimento prima descritto viene effettuata la costruzione grafica con la quale si definisce la curva di slitta-

mento; in favore della stabilità, per la verifica globale si considera solo la parte di terreno a monte del muro con lunghezza  $HL = 7,00 \text{ m}$ , mentre si trascura la parte a valle con lunghezza  $RA$ , in quanto è molto limitata ed è costituita solo dagli strati superficiali del terreno, per cui oppone allo slittamento del terrapieno una resistenza trascurabile.

Come già posto in evidenza, il peso del muro non ha influenza sulla stabilità globale in quanto il suo momento rispetto al centro di rotazione  $O_2$  è nullo, essendo la verticale  $v$  baricentrica e, a favore della stabilità, non viene considerata la sua resistenza di attrito che si sviluppa a livello del piano di appoggio  $PQ$  della fondazione sul terreno. Il masso di terra a monte del muro viene suddiviso in 10 parti, assimilabili a trapezi, tutti con altezza costante pari a  $0,70 \text{ m}$ , che costituiscono le basi di altrettanti prismi di terra con profondità di  $1,00 \text{ m}$ , dei quali vengono determinati i pesi  $g_i$  e



## 9.2.2 Verifica di stabilità delle opere di sostegno rigide

i vettori che li rappresentano si considerano applicati nei relativi baricentri  $g$ . I calcoli vengono sviluppati utilizzando la **tabella 1**. Gli angoli  $\beta$  che compaiono nella sesta colonna, misurati sul grafico, sono quelli che i raggi uscenti dal centro di curvatura  $O_2$ , passanti per i punti di intersezione delle rette di azione dei pesi  $g$ , con la curva critica, formano con la verticale; il coefficiente di attrito ha il valore:  $f = \text{tg } 35^\circ \approx 0,70$ .

Effettuati i vari prodotti che compaiono nella **tabella**, si ricavano le intensità della forza  $T = \Sigma \Delta T = 192,46$  kN che rappresenta l'azione totale di scorrimento lungo la superficie critica profonda 1,00 m, e della forza:

$$N \cdot f = \Sigma \Delta N \cdot f = 283,85 \text{ kN}$$

che rappresenta la resistenza totale di attrito che si oppone allo slittamento, unitamente alla forza totale di coesione; l'intensità di quest'ultima può essere calcolata con la relazione  $C = c \cdot l \cdot 1,00$  essendo  $l$  la lunghezza del cerchio critico che vale:

$$l = \frac{\pi \cdot R_2 \cdot \alpha_2}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 8,80 \times 57^\circ}{180^\circ} \approx 8,75 \text{ m}$$

Si ha quindi  $C = c \cdot l \cdot 1,00 = 1,2 \times 8,75 = 10,50$  kN.

Applicando ora la [4] si ottiene:

$$\frac{c \cdot l + \Sigma \Delta N \cdot f}{\Sigma \Delta T} = \frac{10,50 + 283,85}{192,46} \approx 1,53 > 1,3$$

per cui l'insieme terra-muro risulta verificato e quindi stabile rispetto a possibili fenomeni di scorrimento.

Tabella 1

Striscia	$b$ (m)	$h_m$ (m)	$\gamma_t$ (kN/m <sup>3</sup> )	$g_t = b \cdot h_m \cdot \gamma_t$ (kN)	$\beta$	$\Delta T = g_t \cdot \text{sen } \beta$ (kN)	$\Delta N = g_t \cdot \text{cos } \beta$ (kN)	$\Delta N \cdot f$ (kN)
1	0,70	$\frac{5,60 + 5,50}{2} = 5,55$	16,00	62,16	7°,35	7,95	51,65	43,16
2	0,70	$\frac{5,50 + 5,35}{2} = 5,425$	16,00	60,76	12°,00	12,63	59,43	41,60
3	0,70	$\frac{5,35 + 5,15}{2} = 5,25$	16,00	58,80	16°,60	16,80	56,35	39,45
4	0,70	$\frac{5,15 + 4,88}{2} = 5,015$	16,00	56,17	21°,40	20,50	52,30	36,61
5	0,70	$\frac{4,88 + 4,53}{2} = 4,705$	16,00	52,70	26°,50	23,51	47,16	33,01
6	0,70	$\frac{4,53 + 4,10}{2} = 4,315$	16,00	48,33	31°,50	25,25	41,21	28,85
7	0,70	$\frac{4,10 + 3,55}{2} = 3,825$	16,00	42,84	37°,10	25,84	34,17	23,92
8	0,70	$\frac{3,55 + 2,90}{2} = 3,225$	16,00	36,12	43°,00	24,63	26,42	18,49
9	0,70	$\frac{2,90 + 2,05}{2} = 2,475$	16,00	27,72	50°,00	21,23	17,82	12,47
10	0,70	$\frac{2,05 + 0,94}{2} = 1,495$	16,00	16,74	57°,50	14,12	8,99	6,29
						<b><math>T = \Sigma \Delta T = 192,46</math></b>	<b><math>N \cdot f = \Sigma \Delta N \cdot f = 283,85</math></b>	