

Metodo di Poncelet: casi particolari

Terrapieno con fronte verticale ($\delta = 0$) e superficie superiore orizzontale ($\varepsilon = 0$)

Tenendo presente che la teoria di Poncelet può essere ritenuta un'estensione della teoria di Coulomb, applicabile a terrapieni comunque delimitati, la spinta in questo caso può essere calcolata sia con la costruzione grafica di Poncelet considerando l'angolo φ_1 di attrito terra-muro, sia analiticamente con la formula di Coulomb in presenza o meno di sovraccarico.

Terrapieno con $\varepsilon = \varphi$

In questo caso, l'angolo ε formato dalla superficie superiore del terrapieno con l'orizzontale è uguale all'angolo di attrito φ del terreno.

In tale situazione la superficie superiore del terreno e quella di natural declivio sono parallele, per cui il punto M cade all'infinito e quindi non è possibile effettuare la costruzione grafica di Poncelet; è facile però rilevare [fig. a] che la parallela alla retta di direzione AE tracciata per un qualunque punto della retta di natural declivio passante per B definisce in ogni caso un segmento sempre uguale e uguale al segmento AE sulla retta di direzione, la cui lunghezza rappresenta la dimensione di spinta y , mentre la perpendicolare per A alla retta di natural declivio individua in AH l'altra dimensione p . La spinta può quindi essere calcolata con la nota relazione:

$$S = \frac{1}{2} \cdot y \cdot p \cdot \gamma,$$

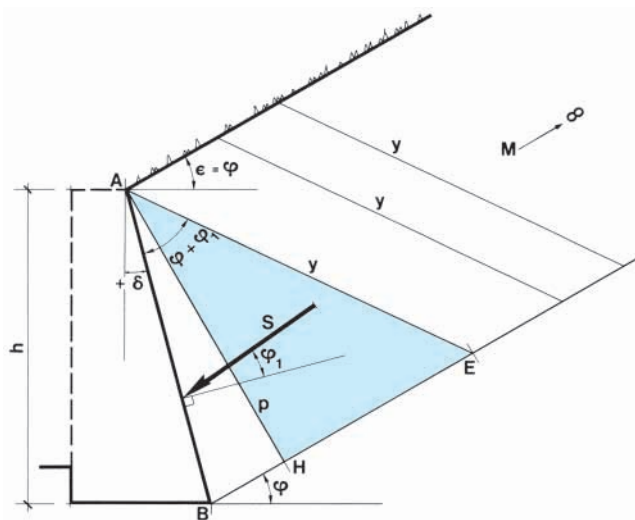


Fig. a

Terrapieno con $\varepsilon \approx \varphi$

Quando gli angoli ε e φ hanno valori poco diversi fra loro, il punto M di intersezione fra la traccia AM della superficie superiore del terreno e quella del piano di natural declivio cade al finito ma molto lontano e quindi non è possibile tracciare la semicirconferenza con diametro BM [fig. b].

Si ricorre pertanto alla seguente costruzione grafica basata sul teorema di Talete:

1. tracciare la retta di direzione AE formante l'angolo $(\varphi + \varphi_1)$ con il fronte AB del terrapieno;
2. dal punto E tracciare la retta m parallela alla superficie libera del terreno sino a intersecare in D il fronte AB del terrapieno;
3. per il punto D tracciare la perpendicolare ad AB sino a intersecare in D_1 la semicirconferenza con diametro AB ;
4. con centro in B ribaltare il punto D_1 in F su AB ;
5. per il punto F tracciare la parallela n alla superficie superiore del terrapieno sino a intersecare in X_1 la retta di natural declivio;
6. dal punto X_1 tracciare la parallela alla retta di direzione AE che individua la dimensione di spinta y e quindi la perpendicolare a BX_1 che individua la dimensione p .

La spinta viene poi calcolata con la relazione di Poncelet.

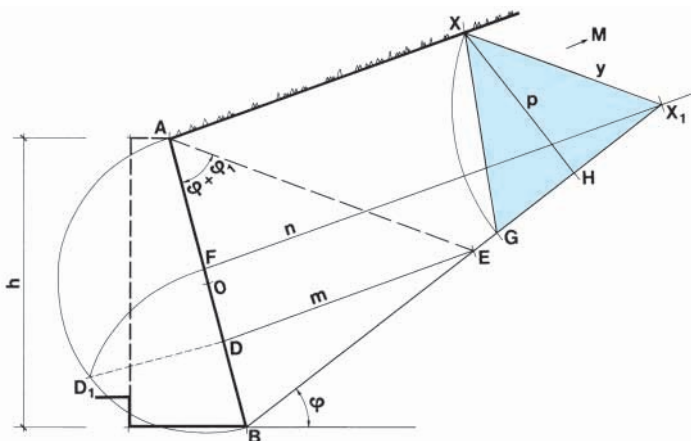


Fig. b

ESERCIZIO SVOLTO

Casi particolari

Calcolare la spinta esercitata da un terrapieno, alto 5,00 m, privo di sovraccarico, costituito di sabbia fine argillosa umida, che presenta un fronte verticale ed è delimitato superiormente da un piano orizzontale. Confrontare i valori della spinta calcolati con le teorie di Coulomb e di Poncelet.

In base alle caratteristiche del terrapieno, si assumono i seguenti parametri:

- angolo di attrito terra-terra: $\varphi = 35^\circ$
- peso volumico: $\gamma_t = 16,00 \text{ kN/m}^3$

Teoria di Coulomb [fig. a]

La spinta ha il seguente valore:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t \cdot h^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 16,00 \times 5,00^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{35^\circ}{2} \right) \approx 54,20 \text{ kN/m}$$

ed è applicata, dalla base del terrapieno, alla distanza:

$$d = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \times 5,00 \approx 1,67 \text{ m}$$

con linea di azione orizzontale.

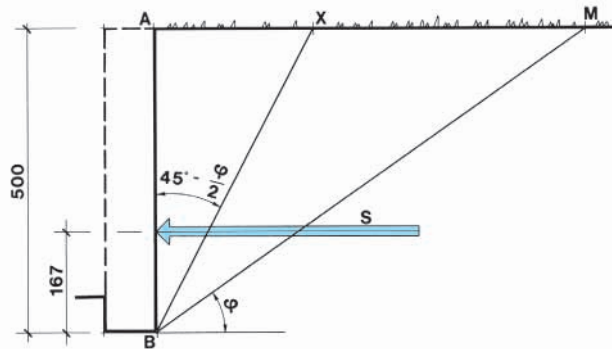


Fig. a

Teoria di Poncelet [fig. b]

Si ipotizza un angolo di attrito terra-muro:

$$\varphi_1 = 20^\circ$$

Riportato il profilo del terreno, si traccia la retta di direzione che forma con il fronte AB del terrapieno l'angolo $\varphi + \varphi_1 = 55^\circ$; si completa quindi la costruzione grafica, sulla quale si legge, nella scala del disegno, la dimensione di spinta $y = 2,53 \text{ m}$ e l'altezza $p = 2,38 \text{ m}$, per cui la spinta vale:

$$S = \frac{1}{2} \cdot y \cdot p \cdot \gamma_t = \frac{1}{2} \times 2,53 \times 2,38 \times 16,00 \approx 48,17 \text{ kN/m}$$

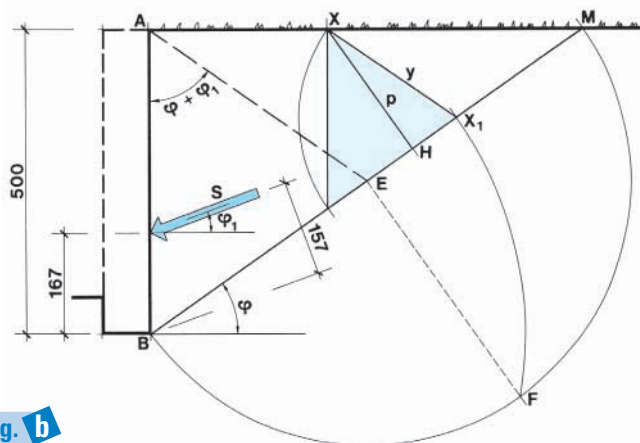


Fig. b

Come si può rilevare, i valori della spinta con le due teorie presentano una differenza di circa 6,00 kN; inoltre il momento della spinta rispetto al punto B, detto momento spingente, risulta minore con la teoria di Poncelet non solo perché la spinta è minore, ma anche perché il suo braccio è inferiore, e precisamente risulta $d = 1,57 \text{ m}$ contro un valore $d = 1,67 \text{ m}$ con la teoria di Coulomb.